

Résolution d'une équation avec valeur absolue

1.

$$|x| = 10 \quad (1)$$

1^{er} cas : $x \geq 0$

Alors $|x| = x$ et donc : (1) $\Leftrightarrow x = 10$

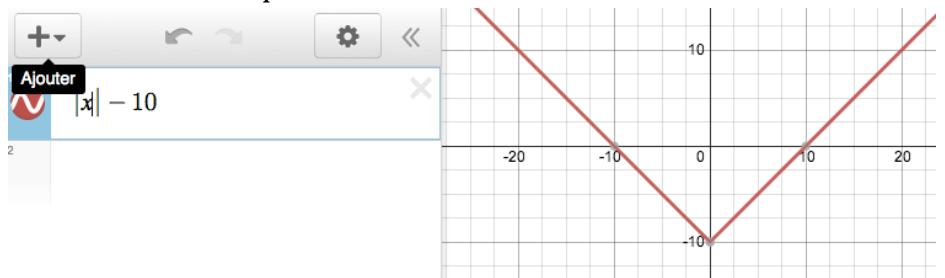
$10 \geq 3$ donc 10 est bien solution de l'équation.

2^{ème} cas : $x \leq 0$

$$\begin{aligned} \text{Alors } |x| &= -x \text{ et donc : (1) } \Leftrightarrow -x = 10 \\ &\Leftrightarrow x = -10 \end{aligned}$$

$-10 \leq -3$ donc -10 est bien solution de l'équation.

Donc $\mathcal{S} = \{10; -10\}$



2.

$$|x - 3| = 13 \quad (2)$$

1^{er} cas : $x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 3$

$$\begin{aligned} \text{Alors : (2)} &\Leftrightarrow x - 3 = 13 \\ &\Leftrightarrow x = 16 \end{aligned}$$

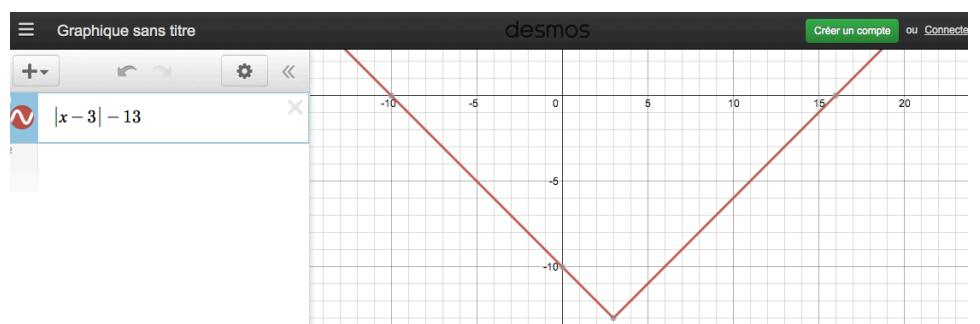
$16 \geq 3$, donc 16 est bien solution de l'équation.

2^{ème} cas : $x - 3 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 3$

$$\begin{aligned} \text{Alors : (2)} &\Leftrightarrow -x + 3 = 13 \\ &\Leftrightarrow x = -10 \end{aligned}$$

$-10 \leq 3$ donc -10 est bien solution de l'équation.

Donc $\mathcal{S} = \{16; -10\}$



3.

$$(3) \quad |x - 3| = |2x + 5|$$

1^{er} cas : $x - 3 \geq 0$ et $2x + 5 \geq 0$

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ 2x + 5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\text{Alors } (3) \Leftrightarrow x - 3 = 2x + 5 \Leftrightarrow x = -8$$

$-8 \leq 3$, donc -8 ne convient pas.

2^{ème} cas : $x - 3 \leq 0$ et $2x + 5 \geq 0$

$$\begin{cases} x - 3 \leq 0 \\ 2x + 5 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x \geq -\frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{5}{2} \leq x \leq 3$$

$$\text{Alors : } (3) \Leftrightarrow -x + 3 = 2x + 5 \Leftrightarrow x = -2/3$$

Or $-\frac{2}{3} \notin \left[\frac{5}{2}; 3\right]$, donc $-\frac{2}{3}$ est solution de l'équation.

3^{ème} cas : $x - 3 \leq 0$ et $2x + 5 \leq 0$

$$\begin{cases} x - 3 \leq 0 \\ 2x + 5 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x \leq -\frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \leq -\frac{5}{2}$$

$$\text{Alors : } (3) \Leftrightarrow -x + 3 = -2x - 5 \Leftrightarrow x = -8$$

Or $-8 \leq -5/2$ donc -8 est solution de l'équation.

4^{ème} cas : $x - 3 \geq 0$ et $2x + 5 \leq 0$

$$\begin{cases} x - 3 \geq 0 \\ 2x + 5 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -\frac{5}{2} \end{cases} \text{ impossible}$$

$$\text{Donc : } \mathcal{S} = \left\{ -8 ; -\frac{2}{3} \right\}$$

