

## Le produit de deux réels négatifs est un réel positif.

Soient  $x$  et  $y$  deux réels quelconques.

### 1. Prouvons que $y(-x) = -yx$

On a :  $y(x - x) = yx + y(-x)$

$$\Leftrightarrow 0 = yx + y(-x)$$

Après une soustraction de  $yx$  dans les deux membres, on obtient :

$$-yx = y(-x)$$

### 2. Démontrons que $xv = (-x) \times (-v)$

Nous avons vu précédemment que :

$$yx + y(-x) = 0$$

En posant :  $y = -v$

On obtient :

$$x(-v) + (-v) \times (-x) = 0$$

$$\Leftrightarrow -xv + (-v) \times (-x) = 0 \text{ car } x(-v) = -xv \text{ d'après 1.}$$

On obtient donc, en ajoutant  $xv$  dans chaque membre :

$$xv = (-x) \times (-v)$$

En prenant  $x$  et  $v$  positifs, on a bien prouvé que le produit de deux nombres négatifs est un nombre positif.

CQFD