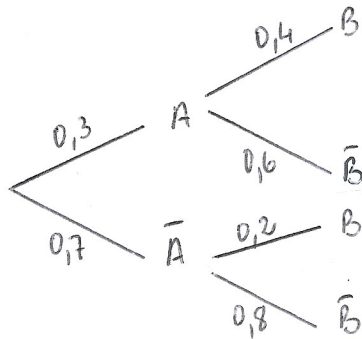
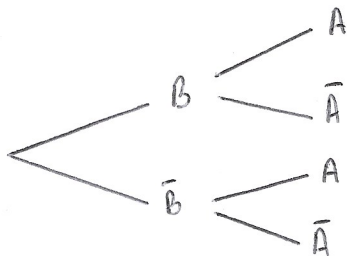


Exercice 1

Une situation est modélisée par l'arbre ci-dessous, A et B désignant 2 événements.



On se propose de déterminer les probabilités inscrites sur chacune des branches de l'arbre ci-dessous :



- 1) Calculer tout d'abord $P(B \cap A)$, $P(B \cap \bar{A})$, $P(\bar{B} \cap A)$ et $P(\bar{B} \cap \bar{A})$.
- 2) En déduire $P(B)$, puis $P(\bar{B})$.
- 3) En déduire les probabilités restantes.

Exercice 2

Un collectionneur de pièces de monnaie a observé que ses pièces peuvent présenter au maximum 2 défauts notés a et b. Il prélève au hasard une pièce dans sa collection.

On note :

A : " la pièce prélevée au hasard présente le défaut a "

B : " la pièce prélevée au hasard présente le défaut b "

On donne les probabilités suivantes :

$$P(A) = 0,2 \quad P(B) = 0,1 \quad \text{et} \quad P(A \cup B) = 0,25.$$

- 1) Démontrer que la probabilité de l'événement : " une pièce prélevée au hasard présente les deux défauts " est 0,05
- 2) Démontrer que la probabilité de l'événement : " une pièce prélevée au hasard ne présente aucun des 2 défauts " est 0,75

- 3) Le collectionneur prélève au hasard une pièce parmi celles présentant le défaut b. Calculez la probabilité que cette pièce présente aussi le défaut a.
- 4) Le collectionneur prélève au hasard une pièce parmi celles qui ne présentent pas le défaut b. Calculez la probabilité que cette pièce ne présente pas le défaut a.

Exercice 3

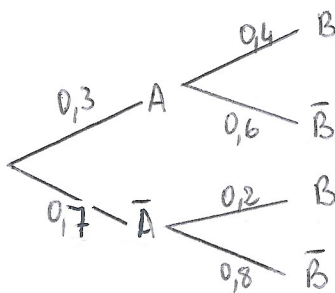
Dans une entreprise, il y a 45% de femmes et 55% d'hommes. Les femmes qui gagnent plus de 2000 €/mois représentent 23% des salariés de l'entreprise. Les hommes qui gagnent plus de 2000 euros/mois représentent 25% des salariés de l'entreprise.

1) Avec les renseignements fournis ci-dessus, vaut-il mieux faire un tableau ou un arbre?

2) Faire un tableau et en déduire l'autre

CORRIGÉS

Exercice 1



$$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0,3 \times 0,4 = 0,12$$

$$P(A \cap \bar{B}) = 0,3 \times 0,6 = 0,18$$

$$P(\bar{A} \cap B) = 0,7 \times 0,2 = 0,14$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,7 \times 0,8 = 0,56$$

① on calcule $P(A \cap B)$, $P(A \cap \bar{B})$ etc. sur le premier arbre, et on reporte ces valeurs sur l'arbre inverse

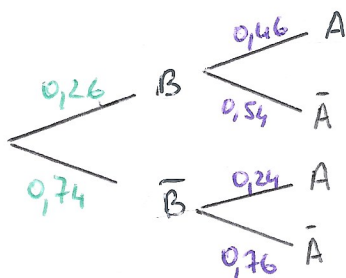
② On calcule $P(B)$: Probabilités totales:

$$P(B) = P(B|A) + P(B|\bar{A})$$

$$= 0,12 + 0,14$$

$$= 0,26$$

et on le reporte sur l'arbre inverse



$$0,12$$

$$0,14$$

$$0,18$$

$$0,56$$

③ En utilisant la formule: $P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

on complète l'arbre inverse

$$P_B(A) = \frac{0,12}{0,26} \approx 0,46$$

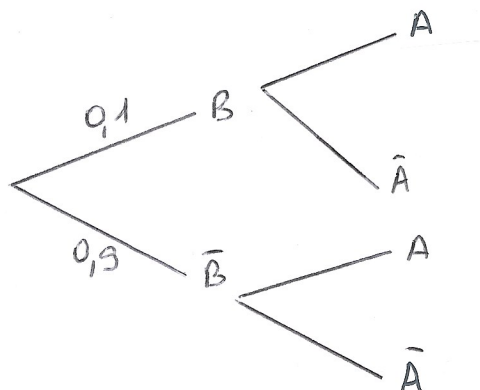
$$P_B(\bar{A}) = 1 - 0,46 = 0,54$$

$$P_{\bar{B}}(A) = \frac{0,18}{0,74} = 0,24$$

$$P_{\bar{B}}(\bar{A}) = 1 - 0,24 = 0,76$$

Exercice 2

On peut construire un arbre pondéré pour visualiser la situation. Comme au 3), le collectionneur choisit une pièce parmi celles qui présentent le défaut b , il faut inscrire B , puis A sur l'arbre :



On inscrit en noir les données de l'énoncé : on sait que $P(B) = 0,1$ et donc $P(\bar{B}) = 0,9$.

1) Probabilité que la pièce présente les 2 défauts

Il s'agit de calculer $A \cap B$: la pièce présente les 2 défauts = la pièce présente les défauts A et B

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) \\ = 0,2 + 0,1 - 0,25$$

$$P(A \cap B) = 0,05$$

On reporte cette valeur sur l'arbre (question 4) ^{cf}

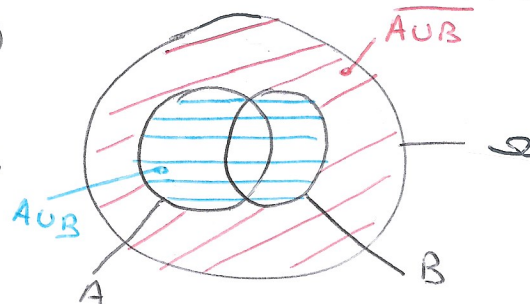
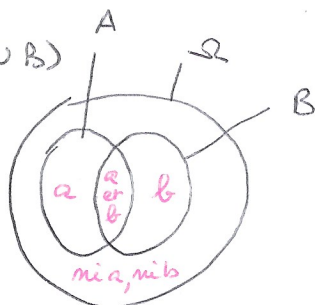
2) Probabilité que la pièce ne présente aucun défaut

La pièce ne présente aucun défaut = la pièce ne présente ni A , ni B

Il faut donc calculer $P(\overline{A \cup B})$

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) \\ = 1 - 0,25$$

$$P(\overline{A \cup B}) = 0,75$$



3) Calcul de $P_B(A)$

Choisir une pièce parmi les pièces présentant le défaut B : c'est une proba conditionnelle

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,05}{0,1} = 0,5$$

$$P_B(A) = 0,5$$

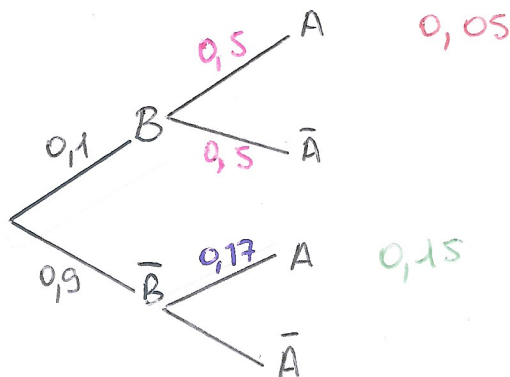
On reporte cette valeur sur l'arbre (question 4) ^{cf}

et on reporte également $P_B(\bar{A}) = 1 - P_B(A) = 0,5$

4) Calcul de $P_{\bar{B}}(A)$

La probabilité qu'une pièce présente le défaut A, sachant qu'elle ne présente pas le défaut B est :

$$P_{\bar{B}}(A) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})}$$



Pour calculer $P(A \cap \bar{B})$, on utilise les probabilités totales :

$$P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(A)$$

$$\Leftrightarrow 0,05 + P(A \cap \bar{B}) = 0,2$$

$\Leftrightarrow$

$$P(A \cap \bar{B}) = 0,15$$

Calcul de $P(\bar{B})$;

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B)$$

$$= 1 - 0,1$$

$$P(\bar{B}) = 0,9$$

(la valeur était déjà sur l'arbre; on l'a déduite au tout début de l'exercice)

On en déduit

$$P_{\bar{B}}(A) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{0,15}{0,9} \approx 0,17$$

$$P_{\bar{B}}(A) \approx 0,17$$

Exercice 3

Tableau

	Hommes	Femmes	Total
Maxims de 2000€	0,55 - 0,25 0,30	0,45 - 0,23 0,22	0,30 + 0,22 0,52
Plus de 2000€	0,25	0,23	0,25 + 0,23 0,48
Total	0,55	0,45	1,00

Les valeurs de l'énoncé peuvent être repérées facilement (en noir) et les autres sont déduites par soustraction ou addition (en couleur).

Le tableau est le plus facile à compléter à partir des données de l'énoncé.

Mais on peut trouver toutes les valeurs de l'arbre :
Les valeurs données dans l'énoncé sont en noir. Les autres se déduisent comme suit :

$$① P_H(S) = \frac{P(H \cap S)}{P(H)} = \frac{0,25}{0,55}$$

$$P_H(\bar{S}) = 1 - P_H(S)$$

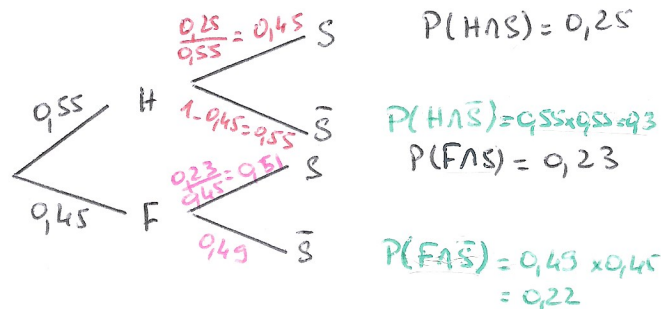
$$② P_F(S) = \frac{P(F \cap S)}{P(F)} = \frac{0,23}{0,45}$$

$$P_F(\bar{S}) = 1 - P_F(S)$$

$$③ P(H \cap \bar{S}) = P(H) \times P(\bar{S}) = 0,55 \times 0,55$$

$$P(F \cap \bar{S}) = P(F) \times P(\bar{S}) = 0,45 \times 0,49$$

Arbre



S est l'événement :

"la personne choisie gagne plus de 2000 €"

Règle Le tableau nous permet d'obtenir directement :

$$P(S) = 0,48 \text{ et } P(\bar{S}) = 0,52$$

On peut obtenir ces résultats également avec l'arbre en utilisant les probabilités totales :

$$P(S) = P(S \cap H) + P(S \cap F)$$

$$P(\bar{S}) = P(\bar{S} \cap H) + P(\bar{S} \cap F) = 1 - P(S)$$

L'arbre nous permet de lire directement les probas conditionnelles. Nous pourrions les obtenir aussi avec le tableau, mais il faut se munir d'une calculatrice.