

$$A = \frac{x^2}{49} - 2x + 49$$

$$= \left(\frac{x}{7}\right)^2 - 2 \times \frac{1}{7} \times 7 + 7^2$$

$$= \left(\frac{x}{7} - 7\right)^2$$

On bien:

$$A = \frac{x^2}{49} - 2x + 49$$

$$= \frac{1}{49} (x^2 - 2 \times 49x + 49^2)$$

$$= \frac{1}{49} (x - 49)^2$$

$$B = \frac{49}{25} - \frac{81}{64} x^2$$

$$= \left(\frac{7}{5}\right)^2 - \left(\frac{9}{8}x\right)^2$$

$$= \left(\frac{7}{5} - \frac{9}{8}x\right) \left(\frac{7}{5} + \frac{9}{8}x\right)$$

$$D = \frac{4}{9} x^2 + 2x + \frac{9}{4}$$

On remarque que $\frac{4}{9}$ et $\frac{9}{4}$ sont inverses, donc que $\frac{4}{9} \times \frac{9}{4} = 1$

et donc $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$

$$D = \left(\frac{2}{3}x + \frac{3}{2}\right)^2$$

On bien:

$$D = \frac{4}{9} \left(x^2 + 2 \times \frac{9}{4} \times x + \frac{9}{4} \times \frac{9}{4}\right)$$

$$= \frac{4}{9} \left(x^2 + 2 \times \frac{9}{4} \times x + \left(\frac{9}{4}\right)^2\right)$$

$$= \frac{4}{9} \left(x + \frac{9}{4}\right)^2$$

Ex 30 p 235

$$\begin{aligned}
 \bullet A &= \frac{x^2}{49} - 2x + 49 \\
 &= \left(\frac{x}{7}\right)^2 - 2 \times \frac{1}{7} \times 7 + 7^2 \\
 &= \left(\frac{x}{7} - 7\right)^2
 \end{aligned}$$

On bien:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{x^2}{49} - 2x + 49 \\
 &= \frac{1}{49} (x^2 - 2 \times 49x + 49^2) \\
 &= \frac{1}{49} (x - 49)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bullet B &= \frac{49}{25} - \frac{81}{64} x^2 \\
 &= \left(\frac{7}{5}\right)^2 - \left(\frac{9}{8}x\right)^2 \\
 &= \left(\frac{7}{5} - \frac{9}{8}x\right) \left(\frac{7}{5} + \frac{9}{8}x\right)
 \end{aligned}$$

$$\bullet D = \frac{4}{9} x^2 + 2x + \frac{9}{4}$$

On remarque que $\frac{4}{9}$ et $\frac{9}{4}$ sont inverses, donc que $\frac{4}{9} \times \frac{9}{4} = 1$
 et donc $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$

$$D = \left(\frac{2}{3}x + \frac{3}{2}\right)^2$$

On bien:

$$\begin{aligned}
 D &= \frac{4}{9} \left(x^2 + 2 \times \frac{9}{4} \times x + \frac{9}{4} \times \frac{9}{4}\right) \\
 &= \frac{4}{9} \left(x^2 + 2 \times \frac{9}{4} \times x + \left(\frac{9}{4}\right)^2\right) \\
 &= \frac{4}{9} \left(x + \frac{9}{4}\right)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C &= \frac{3}{5}x + \frac{1}{4} + \frac{9}{25}x^2 \\
 &= \frac{9}{25}x^2 + \frac{3}{5}x + \frac{1}{4} \\
 &= \left(\frac{3}{5}x\right)^2 + 2 \times \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} \times x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\
 &= \left(\frac{3}{5}x + \frac{1}{2}\right)^2
 \end{aligned}$$

ou bien:

$$\begin{aligned}
 C &= \frac{9}{25} \left(x^2 + \frac{3}{5} \times \frac{25}{9} x + \frac{1}{4} \times \frac{25}{9} \right) \\
 &= \frac{9}{25} \left(x^2 + \frac{5}{3} x + \left(\frac{5}{6}\right)^2 \right) \\
 &= \frac{9}{25} \left(x^2 + 2 \times \frac{5}{6} x + \left(\frac{5}{6}\right)^2 \right) \\
 &= \frac{9}{25} \left(x + \frac{5}{6} \right)^2
 \end{aligned}$$

N.B.: Il est bon de savoir faire les deux méthodes.

Ex 31 p 235

$$\begin{aligned}
 A &= (x^2 + 2x + 1) + (x - 1)(x - 2) \\
 &= (x - 1)^2 + (x - 1)(x - 2) \\
 &= (x - 1)(x - 1 + x - 2) \\
 &= (x - 1)(x - 3)
 \end{aligned}$$

$$B = (1 - x)(7x + 6) - (4 - 4x)(x + 1) - 1 + 2x - x^2$$

A première vue, pas de facteur commun...

Mais celui-ci est forcément $1 - x$ ou $7x + 6$, sinon cet exercice est infaisable en 3^{ème}.

2^e groupe de facteurs: $(4 - 4x)(x + 1)$

$x + 1$ ne convient pas, mais $4 - 4x = 4(1 - x)$

3^e groupe : somme de 3 nombres :

$$-1 + 2x - x^2 = -x^2 + 2x - 1$$

Au signe près, cela ressemble finement à $(x-1)^2$

$$\text{On } -x^2 + 2x - 1 = -(x^2 - 2x + 1)$$

$$= -(x-1)^2$$

$$B \text{ devient donc : } = -(1-x)^2 \quad (\text{Pour tout } a, a^2 = (-a)^2)$$

$$\begin{aligned} B &= (1-x)(7x+6) - 4(1-x)(x+1) - (x-1)^2 \\ &= \underline{(1-x)}(7x+6) - 4\underline{(1-x)}(x+1) - \underline{(1-x)}^2 \\ &= (1-x)(7x+6 - 4(x+1) - (1-x)) \\ &= (1-x)(7x+6 - 4x - 4 - 1 + x) \\ &= (1-x)(4x+1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= 2(x-3)^2 + (x-3)(4x-3) + (x^2-9) \\ &= 2(x-3)^2 + (x-3)(4x-3) + (x-3)(x+3) \\ &= (x-3)(2(x-3) + 4x-3 + x-3) \\ &\quad \text{etc.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= 4x^2+9 - 12x + 3(2x-3)(2-x) - 2(2x-3) \\ &= (2x-3)^2 + 3(2x-3)(2-x) - 2(2x-3) \\ &= (2x-3)(2x-3 + 3(2-x) - 2) \quad \text{etc.} \end{aligned}$$

Ex 32 p 235

$$B = (3-2x)(4-x) - 3(6-4x)(7-x) - 9x + 6x^2$$

Le facteur commun ne peut être que $3-2x$ ou $4-x$

$$\begin{aligned} B &= (3-2x)(4-x) - 3 \times 2(3-2x)(7-x) - 3x(3-2x) \\ &= (3-2x)(4-x - 6(7-x) - 3x) \quad \text{etc.} \end{aligned}$$

D est mal imprimé :

$$D = 3(17-2x)(3-x) - 3(9+x^2-6x) - 3+x$$

Il faut faire apparaître $3-x$ ds le produit de facteurs :

$$\begin{aligned} D &= 3(17-2x)(3-x) - 3(x^2-3)^2 - (3-x) \\ &= 3(17-2x)(3-x) - 3(3-x)^2 - (3-x) \quad \text{puisque } \forall a \in \mathbb{R}, a^2 = (-a)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{18}{8} - 6x + 4x^2 \\
 &= 4x^2 - 6x + \frac{18}{8} \\
 &= (2x)^2 - 6x + \frac{2 \times 9}{2 \times 4} \\
 &= (2x)^2 - 6x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 \\
 &= (2x)^2 - 2 \times 2 \times \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 \\
 &= \left(2x - \frac{3}{2}\right)^2
 \end{aligned}$$

On bien

$$\begin{aligned}
 B &= 4x^2 - 6x + \frac{18}{8} \\
 &= 4x^2 - 6x + \frac{9}{4} \\
 &= \frac{1}{4}(16x^2 - 24x + 9) \\
 &= \frac{1}{4}((4x)^2 - 2 \times 3 \times 4x + 3^2) \\
 &= \frac{1}{4}(4x - 3)^2
 \end{aligned}$$

Il est bon de savoir passer de $\left(2x - \frac{3}{2}\right)^2$ à $\frac{1}{4}(4x - 3)^2$
... et inversement.

$$\begin{aligned}
 \left(2x - \frac{3}{2}\right)^2 &= \left(4 \times \frac{1}{2}x - 3 \times \frac{1}{2}\right)^2 \\
 &= \left(4 \times \frac{1}{2}x - 3 \times \frac{1}{2}\right) \left(4 \times \frac{1}{2}x - 3 \times \frac{1}{2}\right) \\
 &= \frac{1}{2}(4x - 3) \times \frac{1}{2}(4x - 3) \\
 &= \frac{1}{4}(4x - 3)^2
 \end{aligned}$$

il faut
ensemble
savoir passer
directement
de la 1ère
à la deuxième

Inversement :

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{4}(4x - 3)^2 &= \left(\frac{1}{2}\right)^2 (4x - 3)^2 \\
 &= \left(\frac{1}{2}(4x - 3)\right)^2 \\
 &= \left(2x - \frac{3}{2}\right)^2
 \end{aligned}$$

$$(a^2 b^2) = (ab)^2$$