

On considère la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = u_n e^{-u_n}$, ainsi que la suite (S_n) définie par $S_n = \sum_{k=0}^n u_k$.

1. a) Montrer que pour tout entier n , u_n est positif.

b) Montrer que la suite (u_n) est décroissante.

c) Que peut-on en déduire ?

2. Démontrer que, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = e^{-S_n}$ et que $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = +\infty$.