

## La fonction d'Ackerman

---

Cette fonction  $A$  est une fonction de deux entiers naturels définie ainsi :

$$A(0, n) = n + 1 \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}$$

$$A(m + 1, 0) = A(m, 1) \text{ pour tout } m \text{ de } \mathbb{N}$$

$$A(m + 1, n + 1) = A(m, A(m + 1, n)) \text{ pour tout } n \text{ et } m \text{ de } \mathbb{N}$$

*La définition de cette fonction peut paraître curieuse puisqu'elle fait appel à elle-même ! C'est une fonction récursive qui joue un rôle important en informatique.*

**1.** Calculer  $A(0, 0)$ ,  $A(0, 1)$ ,  $A(1, 0)$ .

**2.** Calculer  $A(m, n)$  pour  $m \leq 3$  et  $n \leq 5$ .

On présentera les résultats dans un tableau.

**3.** Emettre des conjectures sur les expressions de  $A(1, n)$ ,  $A(2, n)$  en fonction de  $n$  et les démontrer.

**4.** Démontrer que  $A(3, n) = 2^{n+3} - 3$  pour tout  $n \geq 0$ .